

Les conséquences philosophiques d'une représentation discrète du temps en mécanique classique

Vincent Ardourel
IHPST-Université Paris 1

Dans cet article, je vais m'intéresser à la question de la représentation du temps dans les théories physiques contemporaines. Cette contribution s'inscrit, sans cependant s'y limiter, dans un débat philosophique sur la structure du temps [Newton-Smith 1980, chap. VI], [Merkosian 2008, §3].

Le temps est traditionnellement représenté dans toutes les théories physiques contemporaines (mécanique classique, électromagnétisme, mécanique quantique, théorie de la relativité etc.) de manière continue, c'est-à-dire à l'aide un paramètre mathématique t parcourant les nombres réels. C'est une représentation du temps qui utilise le modèle du continu mathématique, celui de la droite des nombres réels. Selon ce modèle, une droite est composée d'une infinité de points aux propriétés bien définies (ordre, densité, complétude). Le temps est dans ces conditions représenté comme une infinité d'instants satisfaisant les propriétés précédentes de la continuité mathématique. Cette représentation fait en soi l'objet de débats. Une telle représentation conduit en effet à des difficultés conceptuelles pour penser le temps et le changement [Dummett, 2000], [Meyer, 2005], [Arntzenius 2000], [Smith 2003]. Ces débats restent cependant le plus souvent au niveau de la représentation du temps, sans s'engager sur un terrain ontologique à propos du temps.

D'autres philosophes franchissent le pas et proposent, à partir de considérations sur la représentation du temps dans les théories physiques, des conclusions ontologiques sur la structure temps. Dans *The Structure of Time*, Newton-Smith rejette par exemple la conception réaliste d'un temps discret à partir de la constatation selon laquelle aucune théorie physique ne représente le temps de manière discrète :

Alors que l'on peut supposer de manière cohérente que le temps est discret, nous n'avons cependant aucune bonne raison pour prendre au sérieux cette hypothèse. Personne n'a été capable de produire des théories physiques viables qui traitent le temps de manière discrète. En effet, toutes les théories physiques les plus importantes représentent le temps par un paramètre parcourant les nombres réels et par conséquent traitent le temps de manière continue.[Newton-Smith, 1980, 121]

L'argument de Newton-Smith admet un présupposé critiquable, à savoir que l'on peut, à partir de l'examen de la représentation du temps dans les théories physiques conclure à une propriété du temps. Cependant, quand bien même ce présupposé serait accepté, je soutiens que Newton-Smith ne peut pas rejeter une conception réaliste d'un temps discret. En effet, je vais montrer que son affirmation selon laquelle il n'existe aucune théorie physique viable représentant le temps de manière discrète est fautive, laissant par conséquent la place à une conception réaliste d'un temps discret. Pour cela, je m'appuierai sur l'étude d'un cas, celui de la mécanique classique telle qu'elle est formulée de manière contemporaine.

La formulation contemporaine traditionnelle de la mécanique classique utilise une représentation continue du temps [Butterfield 2007], [Belot 2007]. Cependant, depuis les années 1970, il existe une autre approche de la mécanique classique (lagrangienne et hamiltonienne) pour laquelle le temps est représenté par un paramètre discret, c'est-à-dire par un paramètre t_k parcourant un ensemble fini d'instants et non plus, comme dans le cas continu, un ensemble infini d'instants. Newton-Smith ne pouvait pas en 1980 mesurer la portée de cette approche discrète de la mécanique. C'est en effet à partir des années 1990-

2000 que celle-ci s'est pleinement développée ([Baez 1994] et voir [Marsden et al. 2001, 360] pour un bref rappel historique de ce développement) et continue toujours de faire l'objet de recherches actives (voir par exemple [Oshawa et al. 2011]). Dans cette contribution, je commencerai par montrer dans quelle mesure cette mécanique discrète, peu connue dans la communauté philosophique et scientifique, est pourtant suffisamment développée pour être légitimement considérée comme une formulation empiriquement équivalente à la mécanique classique traditionnelle (celle représentant le temps sur le modèle continu). De manière strictement analogue à la mécanique lagrangienne traditionnelle, dans la mécanique discrète, des équations d'Euler-Lagrange discrètes sont déduites d'un principe de minimisation d'une action discrète. Les solutions de ces équations possèdent les mêmes propriétés fondamentales que celles de la mécanique lagrangienne traditionnelle, notamment celle de 'symplecticité' [Butterfield, 2007], propriété associée à la conservation de l'aire dans l'espace des phases d'un système mécanique évoluant au cours du temps. Un théorème de Noether discret, qui est un théorème fondamental en mécanique, est aussi démontré permettant ainsi d'exhiber les quantités conservées sous certaines symétries (par exemple, la conservation du moment cinétique si le système est invariant par rotation). De même, des transformations de Legendre discrètes permettant de passer de la mécanique lagrangienne discrète à la mécanique hamiltonienne discrète sont aussi établies, conduisant ainsi à des équations de Hamilton discrètes analogues aux équations de Hamilton du mouvement de la mécanique traditionnelle. En résumé, il est possible de montrer que tous les principaux résultats de la mécanique lagrangienne et hamiltonienne traditionnelle sont aussi établis avec une mécanique lagrangienne et hamiltonienne représentant le temps par un paramètre discret.

L'existence de cette nouvelle formulation de la mécanique classique permet premièrement d'objecter contre Newton-Smith que l'on ne peut plus désormais considérer, à partir du seul examen de la représentation du temps dans les théories physiques, que l'hypothèse ontologique d'un temps discret n'est pas une hypothèse sérieuse. Deuxièmement, en restant au seul niveau de la représentation du temps, sans s'engager sur un terrain ontologique, cette formulation discrète de la mécanique semble permettre aussi de dissiper certains problèmes conceptuels auxquelles la représentation continue du temps conduit. Par exemple, le problème de 'la vitesse instantanée' [Arntzenius 2000], [Smith, 2003], à savoir si l'on peut dans le cadre de la mécanique classique légitimement associer une vitesse à chaque instant, est un problème lié à la définition de la vitesse comme celle de la dérivée d'une position par rapport au temps. En mécanique discrète, la vitesse n'est plus définie comme une dérivée mais comme le rapport d'une différence finie de deux positions sur un pas de temps fini. Cette définition qui ne fait plus intervenir ni la représentation du temps comme continue, ni la notion de dérivée, permet d'écarter dès le départ ce type de problème.

Références

- Arntzenius, F. (2000), Are there really instantaneous velocities? *The Monist*, 83(2), 187-208.
- Baez John C. et Gilliam, James W. (1994), On Algebraic Approach to Discrete Mechanics, *Letters in Mathematical Physics*, 31, 205-212
- Belot Gordon (2007), The Representation of Time and Change in Mechanics, dans Butterfield J. Et Norton J. (Eds), *Philosophy of Physics*, Handbook of The Philosophy of Science, Amsterdam: Elsevier, 133-227.

Butterfield Jeremy (2007), On Symplectic Reduction in Classical Mechanics, dans Butterfield J. Et Norton J. (Eds), *Philosophy of Physics*, Handbook of The Philosophy of Science, Amsterdam: Elsevier, 1-131.

Dummett Michael (2000), Is Time a Continuum of Instants?, *Philosophy*, 74, 497-515

Marsden J. E. et al. (2001), Discrete mechanics and variational integrators, *Acta Numerica*, 357-515.

Merkosian, Ned (2011), Time, *Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2011 Edition), Edward N. Zalta (ed.).

Meyer, Ulrich (2005), Dummett on the Time-Continuum, *Philosophy*, 80, 135-140.

Newton-Smith, William H. (1980), *The Structure of Time*, Routledge & Kegan Paul.

Oshawa T. et al. (2011), Discrete Hamiltonian-Jacobi Theory, *SIAM Journal on Control and Optimization*, 49, 1829-1856.

Smith, Sheldon R. (2003), Are instantaneous velocities real and really instaneous?: an argument for the affirmative, *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 34, 261-280.